

4. รูปเรขาคณิตสามมิติ

จุดประสงค์ของการอบรม เพื่อให้ผู้รับการอบรม

1. ได้รับความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ
 - เรขาคณิตระดับประถมศึกษาและความรู้สึกเชิงปริภูมิ
 - รูปเรขาคณิตสามมิติและรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
2. ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติ ในช่วงชั้นที่ 1 – 2

สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด

1. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีหน้าตัด (ฐาน) ทั้งสองเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการและอยู่ในระนาบที่ขนานกัน มีหน้าข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า **ปริซึม**
การเรียกปริซึมเรียกตามลักษณะของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นหน้าตัดหรือฐาน
2. ปริซึมที่มีหน้าทุกหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เรียกว่า **ปริซึมสี่เหลี่ยม** หรือ **ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก**
3. ปริซึมสี่เหลี่ยม หรือทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีหน้าทุกหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เรียกว่า **ลูกบาศก์**
4. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีหน้าตัด (ฐาน) ทั้งสองเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่ในระนาบที่ขนานกัน มีผิวโค้ง เรียกว่า **ทรงกระบอก**
5. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยม มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่ในระนาบเดียวกับฐาน และมีหน้าข้างเป็นรูปสามเหลี่ยม เรียกว่า **พีระมิด** การเรียกชื่อพีระมิดเรียกตามลักษณะของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นฐาน
6. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่ในระนาบเดียวกับฐาน และมีผิวโค้ง เรียกว่า **กรวย**
7. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบ ทุก ๆ จุดบนผิวห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน เรียกว่า **ทรงกลม**
8. รูปเรขาคณิตสามมิติ เมื่อคลี่ออกจะได้รูปที่ประกอบด้วย รูปเรขาคณิตสองมิติ ที่สามารถประกอบเป็นรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นได้

ความรู้พื้นฐาน

1. รูปเรขาคณิตสองมิติชนิดต่าง ๆ

ความเข้าใจคลาดเคลื่อน / ยาก

1. นักเรียนไม่เข้าใจว่าความรู้สึกเชิงปริภูมิคืออะไร มีประโยชน์หรือมีความจำเป็นต่อการจัดการเรียนรู้หรือไม่
2. นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ภาษา เช่น รูปทรงเรขาคณิต กับทรงเรขาคณิต
3. นักเรียนจำแนกไม่ได้ว่ารูปเรขาคณิตสองมิติ กับ รูปเรขาคณิตสามมิติเหมือนหรือต่างกันอย่างไร
4. ให้คำนิยามศัพท์ทางเรขาคณิตคลาดเคลื่อน

1. เรขาคณิตระดับประถมศึกษาและความรู้สึกเชิงปริภูมิ

เรขาคณิตเกิดขึ้นในอียิปต์โบราณเมื่อประมาณ 700 ปี ก่อนคริสต์ศักราช ชาวอียิปต์และชาวบาบิโลนต่างสนใจเรขาคณิตในแง่การนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์ แก่การดำรงชีวิต เช่น การวัดพื้นที่ การสร้างที่อยู่อาศัย เป็นต้น ซึ่งเป็นความรู้ที่ได้เฉพาะจากการใช้สัญชาตญาณ การทดลอง และการคาดคะเน เท่านั้น จึงทำให้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตจำกัดอยู่ในวงแคบ ๆ ต่อมาราว 600 ถึง 200 ปี ก่อนคริสต์ศักราช ชาวกรีกได้ให้ความสนใจเรขาคณิต

แตกต่างไปจากชาวอียิปต์และชาวบาบิโลน โดยชาวกรีกสนใจศึกษาเรื่องราวปรากฏการณ์ธรรมชาติต้องการที่จะค้นคว้าหารูปแบบต่าง ๆ ของธรรมชาติ เพราะเชื่อว่าเรขาคณิตเป็นแกนกลางของรูปแบบของธรรมชาติ วิธีการแสวงหาความจริงเหล่านั้นจึงอยู่ในรูปของการให้เหตุผล นักคณิตศาสตร์ชาวกรีกผู้มีชื่อเสียง และมีบทบาทสำคัญในการพัฒนาเรขาคณิตท่านหนึ่งคือ ยูคลิด (Euclid) ได้รวบรวมเขียนตำราคณิตศาสตร์ขึ้นต้นขึ้นมา 13 เล่ม รู้จักกันในชื่อ เอลเลเมนส์ (Elements) ในจำนวนนี้มีถึง 7 เล่ม เป็นตำราที่วางพื้นฐานการเรียนเรขาคณิตที่ใช้ในการพิสูจน์อย่างมีเหตุผลจากสัจพจน์ (axiom หรือ postulate) จากนั้นเรขาคณิตจึงมีวิวัฒนาการต่อมาเรื่อย ๆ

ปัจจุบันความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตมีส่วนเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์เราอย่างมาก เราใช้เรขาคณิตเพื่อทำความเข้าใจหรืออธิบายสิ่งต่าง ๆ รอบตัว เช่น ใช้เรขาคณิตในการสำรวจพื้นที่ สร้างผังเมือง สร้างถนนหนทาง สิ่งก่อสร้างต่าง ๆ การสำรวจโลกและอวกาศ เรขาคณิตช่วยพัฒนาทักษะที่สำคัญหลายประการ เช่น การคิด การให้เหตุผล การคิดสร้างสรรค์ ทักษะเชิงมิติสัมพันธ์ หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial sense) ซึ่งทักษะเหล่านี้เป็นพื้นฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ เช่น จำนวน การวัด ตลอดจนเนื้อหาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับความรู้แขนงอื่น ๆ อีกด้วย

ในระดับประถมศึกษา ผู้เรียนจะได้เรียนรู้เรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง และเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ในระดับสูงขึ้น โดยเริ่มจากเนื้อหาที่ ผู้เรียนสามารถเรียนรู้หลักการทางเรขาคณิตได้จากประสบการณ์ หรือจากการทดลองกับสิ่งที่เป็นรูปธรรมหลาย ๆ กรณี



เพื่อนำไปสู่การสรุปหลักการที่สำคัญ มีการบอกหรืออธิบายเหตุผล แต่ยังไม่ถึงขั้นการพิสูจน์ ลักษณะเนื้อหาดังกล่าวอาจเรียกว่า Informal Geometry หากพิจารณาเนื้อหาสาระของเรขาคณิตในระดับประถมศึกษาพบว่า สามารถจำแนกออกได้เป็น 3 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 ระนาบ จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รัศมี มุม เส้นขนาน

ส่วนที่ 2 รูปเรขาคณิตสองมิติ

ส่วนที่ 3 รูปเรขาคณิตสามมิติ

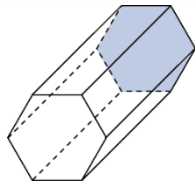
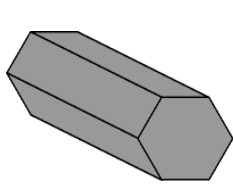
เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเรขาคณิต สามารถใช้ความรู้และเชื่อมโยงความรู้เรขาคณิตกับความรู้แขนงอื่น ๆ ได้ ผู้เรียนจะต้องลงมือปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ โดยเริ่มจากกิจกรรมง่าย ๆ ไปสู่สถานการณ์ที่ท้าทาย ผู้เรียนจะต้องทำการสืบค้น ทดลอง และสำรวจสิ่งที่อยู่รอบตัว เช่น ฝึกการมองภาพ วาดภาพ เปรียบเทียบรูปร่างในตำแหน่งต่าง ๆ กัน กิจกรรมดังกล่าวนี้จะช่วยพัฒนาความสามารถทางมิติสัมพันธ์ หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial sense)

ความรู้สึกเชิงปริภูมิ มาจากคำว่า Spatial sense ในภาษาอังกฤษ spatial มาจากคำว่า space ในภาษาไทยใช้คำว่า “ ปริภูมิ ” ในที่นี้หมายถึงสิ่งต่าง ๆ รวมทั้งอาณาบริเวณซึ่งทุกสิ่งทุกอย่างดำรงอยู่ เคลื่อนไหว และเคลื่อนที่ หรืออีกนัยหนึ่งคือมิติที่เราอาศัยอยู่นั่นเอง sense เป็นความรู้สึกที่เรารับรู้ผ่านทางประสาททั้งห้า ซึ่งได้แก่ การมองเห็น การได้ยิน การรับรู้กลิ่น การรับรู้รส และการสัมผัส ประกอบกับความรู้ความเข้าใจอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันจะนำไปสู่การตัดสินใจที่สมเหตุสมผล

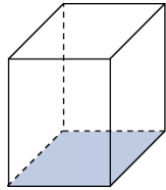
สรุป **ความรู้สึกเชิงปริภูมิ หรือ Spatial sense** จึงเป็นความสามารถของบุคคลในการรับรู้และเข้าใจอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ รอบตัว รวมทั้งอาณาบริเวณซึ่งทุกสิ่งทุกอย่างดำรงอยู่ เคลื่อนไหว และเคลื่อนที่รวมถึงความสามารถในการนึกภาพ หรือจินตนาการ การเคลื่อนย้าย การหมุน การพับ หรือการใช้สื่อ หรือแบบจำลอง

เด็กเรียนรู้ด้วยตนเองเกี่ยวกับธรรมชาติของการเคลื่อนไหว จับต้องและการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ รอบตัวเป็นส่วนหนึ่งของความรู้สึกเชิงปริภูมิ ในการพัฒนาความรู้สึกเชิงปริภูมิเด็กจำเป็นต้องได้รับประสบการณ์ที่หลากหลาย อาจกล่าวได้ว่า ความรู้สึกเชิงปริภูมิ เป็นความสามารถในการรับรู้และเข้าใจเกี่ยวกับ ขนาด รูปร่าง ตำแหน่ง ทิศทาง ระยะทาง และความสัมพันธ์ของรูปและสิ่งต่าง ๆ ความรู้สึกเชิงปริภูมิเป็นทักษะที่มีอยู่ในทุกคน ต่างกันที่ระดับความมากน้อย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายด้าน เช่น สภาพแวดล้อม ลักษณะการอบรมเลี้ยงดูของครอบครัว กิจกรรมการสอนในโรงเรียน

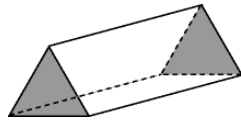
2. รูปเรขาคณิตสามมิติและรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ



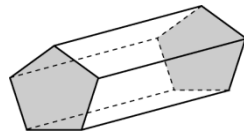
- รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีหน้าตัด (ฐาน) ทั้งสองด้านเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่ในระนาบที่ขนานกัน มีหน้าข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า **ปริซึม**



- ปริซึม ที่มีหน้าทุกหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เรียกว่า **ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก หรือ ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก**



- ปริซึมที่มีหน้าตัด (ฐาน) เป็นรูปสามเหลี่ยม เรียกว่า **ปริซึมสามเหลี่ยม**

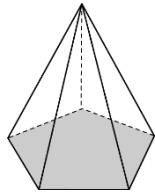
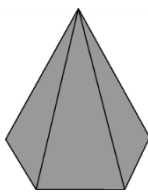


- ปริซึมที่มีหน้าตัด (ฐาน) เป็นรูปห้าเหลี่ยม เรียกว่า **ปริซึมห้าเหลี่ยม**

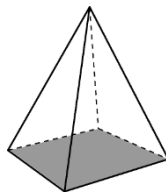
การเรียกชื่อ ปริซึม เรียกตามลักษณะของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นหน้าตัดหรือฐาน เช่น

ปริซึมหกเหลี่ยม จะมีหน้าตัดหรือฐานเป็นรูปหกเหลี่ยม

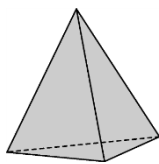
ปริซึมแปดเหลี่ยม จะมีหน้าตัดหรือฐานเป็นรูปแปดเหลี่ยม



- รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยม มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และมีหน้าข้างเป็นรูปสามเหลี่ยม เรียกว่า **พีระมิด**

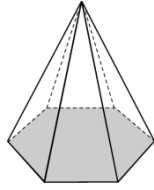


- พีระมิดที่มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยม เรียกว่า **พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม**



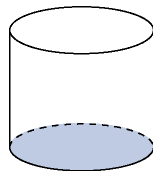
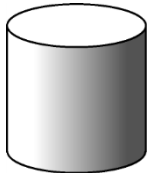
- พีระมิดที่มีฐานเป็นรูปสามเหลี่ยม เรียกว่า **พีระมิดฐานสามเหลี่ยม**



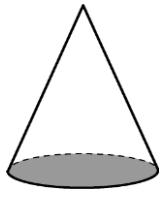
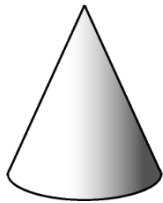


- พีระมิดที่มีฐานเป็นรูปหกเหลี่ยม เรียกว่า **พีระมิดฐานหกเหลี่ยม**

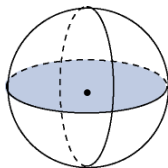
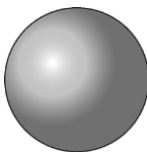
- การเรียกชื่อพีระมิด เรียกตามลักษณะของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นฐาน เช่น **พีระมิดฐานห้าเหลี่ยม** จะมีฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยม



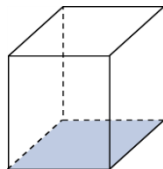
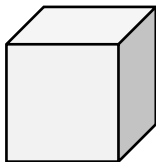
- รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีหน้าตัดหรือฐานทั้งสองข้างเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการและอยู่บนระนาบที่ขนานกัน มีผิวข้างเรียบโค้ง เรียกว่า **ทรงกระบอก**



- รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน มีผิวข้างโค้งเรียบ เรียกว่า **กรวย**



- รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบ ทุก ๆ จุดบนผิวอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน เรียกว่า **ทรงกลม**



- ปริซึม หรือทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีทุกด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เรียกว่า **ลูกบาศก์**

7.4 วิทยาการนำกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมาคลี่ให้ผู้รับการอบรมดู (อธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับส่วนเกินที่เป็นลิ้นใช้สำหรับทากาวเพื่อประดิษฐ์เป็นกล่อง) ผู้รับการอบรมควรสรุปได้ว่า รูปคลี่ของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ประกอบด้วย รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เป็นด้านข้าง 4 รูป หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 2 รูป และรูปคลี่ของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากสามารถเขียนได้หลายแบบ เช่น



รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

